Metodi matematici applicati alla Chimica

LM in Chimica (F5Y) prof. M.Vignati 13.9.2018

1] Sia γ^+ l'arco di curva chiusa parametrizzato da

$$\mathbf{p}(t) = \Big(t(1-t)^2 \; ; \; t(1-t)\Big), t : 0 \longmapsto 1$$

Calcolare l'area della regione racchiusa da γ.

2] Determinare la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2\pi y' + \pi^2 y = e^{1-\pi t} \\ \\ y(0) = 0 \, ; \; y'(0) = 1 \end{cases}$$

3] Sia $T \subset \mathbb{R}^3$ la lamina triangolare piana di vertici $\mathbf{0} = (0,0,0)$, $\mathbf{a} = (1,1,0)$ e $\mathbf{b} = (0,0,1)$.
Sia ∂T^+ il suo bordo, percorso nel verso $\mathbf{0} \mapsto \mathbf{a} \mapsto \mathbf{b} \mapsto \mathbf{0}$.
Calcolare il lavoro $\displaystyle\oint_{\partial T^+} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{p}$ compiuto dal campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) := \big(x^2; \, 1; \, z\big)$$

nel percorrere ∂T^+.

Suggerimenti:

i) parametrizzare T mediante $\mathbf{r}(u,v) = (u,u,v)$, $u, v \geq 0$ e $u + v \leq 1$;

oppure

ii) dal teorema di Stokes segue ...

4] Dopo aver rappresentato graficamente la regione

$$E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0, \; 2x + y > 2, \; x^2 + y^2 < 4\right\},$$

calcolare $\displaystyle\iint_E f(x,y)\, dxdy$, dove $f(x,y) = y - x$.