

Analisi armonica

proff. Maura Salvatori, Marco Vignati

1. Funzioni periodiche e serie trigonometriche: criteri di convergenza puntuale. Funzioni Lebesgue-integrabili, coefficienti di Fourier e loro principali proprietà. Serie di Fourier e convergenza puntuale: lemma di Riemann-Lebesgue, test del Dini, teorema di Dirichlet([S-S], [T]).
2. Convergenza in media quadratica, teorema di Parseval. Sommabilità secondo Cesàro e secondo Abel-Poisson di serie numeriche e di serie di Fourier. I nuclei di Dirichlet, Fejér, Poisson([K], [W-Z]). Funzioni armoniche in un disco: problema di Dirichlet per il disco, convergenza radiale, unicità della soluzione; il problema isoperimetrico ([D-K], [Kö], [S-S]).
3. Trasformata di Fourier multidimensionale: Teoria L^1 . Proprietà elementari della trasformata di Fourier. Nuclei di sommabilità, teorema di Fejér ([K]). Formula di moltiplicazione e teorema di inversione ([S-W]). I nuclei di Gauss, di Poisson e di Fejér ([K]). Conseguenze del teorema di inversione ([S-W]). Ricostruzione della funzione "in media" ([K]).
4. La trasformata di Fourier nello spazio delle funzioni a decrescenza rapida ([W], [K]). Spazio delle distribuzioni temperate: operazioni e trasformata di Fourier ([S-W], [W]). La trasformata di Fourier in L^p con $1 < p \leq 2$ ([K]).
5. La formula di sommazione di Poisson ([K]). Il principio di indeterminazione di Heisenberg ([Kr], [S-S]). Il teorema di campionamento di Shannon ([So]). Trasformata di Fourier finestra e basi di Gabor ([P-W]).
6. Il sistema ortonormale di Haar. Cenni all'analisi multirisoluzione e costruzione di ondine. ([P-W])
7. Sommabilità in norma per le serie di Fourier negli spazi $L^p(Q)$, teorema di Fejér. Convergenza in norma: la funzione coniugata e il teorema di M. Riesz ([K], [W-Z]).

Testi consigliati

- [D-M] H.Dym e H.McKean, *Fourier series and integrals*, 1972.
[K] Y. Katznelson, *An Introduction to Harmonic Analysis*, 1976
[Kö] T. Körner, *Fourier Analysis*, 1988
[Kr] S. Krantz, *A Panorama in Harmonic Analysis*, 1999
[P-W] M.C. Pereyra e L. Ward, *Harmonic Analysis: from Fourier to Wavelets*, 2012
[R] W. Rudin, *Real and Complex Analysis*, 1966
[S-S] E. Stein e R. Shakarchi, *Fourier Analysis, an Introduction*, 2003
[S-W] E. Stein e G. Weiss, *Introduction to Fourier Analysis on Euclidean Spaces*, 1971
[So] P.M. Sordi, *Appunti sulle Ondine*
[T] G. Tolstov, *Fourier Series*, 1962.
[W] T. Wolff, *Lectures on Harmonic Analysis*, 2003
[W-Z] R. Wheeden e A. Zygmund, *Measure and Integral*, 1977