

Nome/Cognome Matricola :

(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

- (1) Si consideri la seguente formula di Newton Cotes semplice aperta a 2 nodi

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \frac{(b-a)}{2}(f(x_0) + f(x_1))$$

con $x_0 = a + \frac{(b-a)}{3}$, $x_1 = a + \frac{2(b-a)}{3}$. Si costruisca e si implementi in una function MATLAB la corrispondente formula di quadratura composita.

- (2) Si considerino le funzioni $f_1(x) = e^x$ ed $f_2(x) = e \cdot x$. Si propongano due metodi uno del primo e l'altro del secondo ordine, per l'approssimazione del punto di intersezione $z = 1$ delle due funzioni date. Volendo approssimare l'area compresa tra le due funzioni per $x \in [0, 1]$ utilizzando la formula di Simpson composta, quanti punti si dovrebbero usare per avere un errore minore di 10^{-6} ?

- (3) Si risolva il seguente sistema lineare tramite il metodo di eliminazione di Gauss con e senza pivoting parziale e utilizzando una aritmetica con tre cifre decimali e arrotondamento

$$\begin{pmatrix} 0.78 & 0.563 \\ 0.457 & 0.33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.217 \\ 0.127 \end{pmatrix}$$

Confrontare i risultati numerici ottenuti con la soluzione vera

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Corso avanzato, stimare i numeri di condizionamento $\kappa_1 = \|A\|_1 \|A^{-1}\|_1, \kappa_\infty = \|A\|_\infty \|A^{-1}\|_\infty$, dove A è la matrice del sistema lineare.

- (4) Impostare il problema della costruzione delle spline quadratiche interpolanti nei nodi della suddivisione (Suggerimento: la spline cercata è una funzione polinomiale a tratti con polinomi di grado ≤ 2 , imponendo le condizioni ...).