Calcolo Numerico I - Scritto - 7 maggio 2003

Nome/Cognome . . . . **Matricola** : . . . . .

(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

(1) Per determinare le radici dell'equazione $f(x) = x^2 - x - 2$, si studino la convergenza al variare di x_0, e l'ordine di convergenza dei metodi iterativi $x_{k+1} = g_i(x_k)$ dove

$$g_1(x) = -\sqrt{2+x}, \qquad g_2(x) = \frac{x^2+2}{2x-1}$$

(2) Si consideri il metodo iterativo di Halley, di seguito definito per il calcolo degli zeri di una funzione $f(x)$ due volte differenziabile con continuità,

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}\Big(1 - \frac{f(x_k)f''(x_k)}{2(f'(x_k))^2}\Big)^{-1}.$$

Si analizzi brevemente il metodo e si scriva una funzione MATLAB chiamata

`[xs,x]= Halley(fname, fname1, fname2, x0, epsilon, maxit)`

dove `fname,fname1,fname2` sono stringhe che contengono il nome delle funzioni per il calcolo di f, f' ed f'' rispettivamente; `x0` punto iniziale; `epsilon` tolleranza per il criterio di arresto dell'incremento; `maxit` numero massimo iterazioni permesse; `xs` approssimazione finale della radice; `x` vettore contenente gli elementi della successione generata dal metodo.

(3) Trovare la formula di tipo Gaussiano con due nodi di integrazione relativa al calcolo dell'integrale di una funzione continua $f : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ nell'intervallo $[0, +\infty)$ e peso e^{-x}:

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} f(x)dx$$

(4) Impostare il problema della costruzione delle spline lineari per la soluzione di un problema di fitting nel senso dei minimi quadrati di una tabella di valori (x_i, y_i), $x_i \in [a,b]$ $\forall i$, con nodi $z_j \in [a,b]$, $j = 0, 1, ..., M$ relativi alla spline prefissati (Suggerimento: considerare una base per le spline lineari interpolanti nei nodi z_j).