Calcolo Numerico I - Scritto - 11 Settembre 2002

Nome/Cognome . . . . **Matricola** : . . . . .

(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

(1) Si suggerisca un metodo numerico, che non sia il metodo di bisezione, per la ricerca della più piccola radice positiva della funzione

$$f(x) = e^{-x} - \sin(x).$$

Discutere la convergenza del metodo proposto e scrivere un M-file MATLAB che lo implementi.

(2) Confrontare l'accuratezza della retta interpolante i punti

$$(6000, 1/3), \quad (6001, -2/3)$$

quando si utilizzi la forma di Newton piuttosto che le usuali potenze successive e nel caso si abbia a disposizione una aritmetica floating-point con cinque cifre decimali e arrotondamento (prima calcolare la retta nelle due forme e poi valutare le espressioni ottenute nei nodi di interpolazione).

(3) Costruire una formula di quadratura numerica del tipo

$$I(f) = \int_{-1}^{1} f(x)dx \;\approx\; A_0 f(-1/2) + A_1 f(0) + A_2 f(1/2)$$

in modo tale che abbia ordine due. É una formula di tipo Gaussiano? Confrontare la formula ottenuta con altre formule a tre nodi.

(4) Analizzare l'interpolazione cubica a tratti di Hermite (esistenza, costruzione, eventuale stima dell'errore, ...). Siano quindi assegnati i nodi $x_0,\ x_1, ..., x_N$ ed i valori $f_i = f(x_i)$, $f'(x_i) = s_i$, $i = 0, ..., N$ per una data funzione $f(x)$. La funzione interpolante è una funzione polinomiale a tratti, ogni "tratto" è un polinomio di terzo grado $P_i(x)$, $i = 1, ..., N$, tale che

$$P_i(x_i) = f_i,\ P_i(x_{i-1}) = f_{i-1},\ P_i'(x_i) = s_i,\ P_i'(x_{i-1}) = s_{i-1}, \quad i = 1, ..., N.$$