

Calcolo Numerico I - prova scritta - 17 Luglio 2003

Nome/Cognome Matricola:
(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

- 1) Proporre e discutere un metodo iterativo per la ricerca della radice positiva dell'equazione $x/2 - \cos(x) = 0$.
- 2) Trovare un polinomio $p(x)$ di grado minimo che soddisfi le seguenti condizioni di interpolazione

$$p(0) = 1, \quad p'(0) = 0, \quad p(1) = 0, \quad p'(1) = 2.$$

Esiste sempre ed è unico il polinomio p con valori $p(0)$, $p(1)$, $p'(0)$, $p'(1)$ assegnati?

- 3) Discutere l'esistenza di una costante reale C che minimizzi la quantità

$$E(C) = \max_{x \in [-\pi/2, \pi/2]} |\cos(x) - C|$$

Nel caso discreto in cui si hanno i valori $y_i = \cos(x_i)$, $i = 1, \dots, N$, di quale problema si tratta?

- 4) Una spline cubica naturale S su $[0, 2]$ è definita da

$$S(x) = \begin{cases} s_0(x) = a + b(x-1) + c(x-1)^2 + d(x-1)^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ s_1(x) = 2 - (x-2) + (x-2)^3 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

calcolare a, b, c, d .

- 5) Verificare l'ordine polinomiale della seguente formula di quadratura di Gauss-Legendre a 3 nodi:

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \frac{b-a}{2} \left[\frac{5}{9} f(x_0) + \frac{8}{9} f(x_1) + \frac{5}{9} f(x_2) \right],$$
$$x_0 = \frac{a+b}{2} - \sqrt{\frac{3}{5}} \frac{b-a}{2}, \quad x_1 = \frac{a+b}{2}, \quad x_2 = \frac{a+b}{2} + \sqrt{\frac{3}{5}} \frac{b-a}{2}.$$

Si costruisca la formula composta corrispondente, suddividendo l'intervallo $[a, b]$ in m sottointervalli di eguale ampiezza ed applicando la formula in ciascun sottointervallo. Si scriva una funzione MATLAB che implementi tale formula composta utilizzando la sintassi `[int]=GL3comp(a,b,m,fun)` dove `fun` è una stringa contenente il nome della funzione per il calcolo di f .