

**Calcolo Numerico I - prova scritta - 18 Giugno 2003**

---

Nome/Cognome . . . . . Matricola: . . . . .  
(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

- 1) Proporre e discutere un metodo iterativo per la ricerca della radice positiva dell'equazione  $\sin(x) - x/2 = 0$ .
- 2) Trovare un polinomio  $p(x)$  di grado minimo che soddisfi le seguenti condizioni di interpolazione

$$p(0) = 0, \quad p'(0) = 1, \quad p(2) = 1, \quad p'(2) = 0.$$

Esiste sempre ed è unico il polinomio  $p$  con valori  $p(0)$ ,  $p(2)$ ,  $p'(0)$ ,  $p'(2)$  assegnati?

- 3) Discutere l'esistenza di una costante reale  $C$  che minimizzi la quantità

$$E(C) = \max_{x \in [0, \pi]} |\sin(x) - C|$$

Nel caso discreto in cui si hanno i valori  $y_i = \sin(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , di quale problema si tratta?

- 4) Una spline cubica naturale  $S$  su  $[0, 2]$  è definita da

$$S(x) = \begin{cases} s_0(x) = 1 + 2x - x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ s_1(x) = a + b(x-1) + c(x-1)^2 + d(x-1)^3 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

calcolare  $a, b, c, d$ .

- 5) Verificare l'ordine polinomiale della seguente formula di quadratura di Gauss-Legendre a 2 nodi:

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \frac{b-a}{2} [f(x_0) + f(x_1)],$$
$$x_0 = \frac{a+b}{2} - \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{b-a}{2}, \quad x_1 = \frac{a+b}{2} + \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{b-a}{2}.$$

Si costruisca la formula composta corrispondente, suddividendo l'intervallo  $[a, b]$  in  $m$  sottointervalli di eguale ampiezza ed applicando la formula in ciascun sottointervallo. Si scriva una funzione MATLAB che implementi tale formula composta utilizzando la sintassi `[int]=GL2comp(a,b,m,fun)` dove `fun` è una stringa contenente il nome della funzione per il calcolo di  $f$ .