

Calcolo Numerico I - Scritto - 18 Novembre 2003

Nome/Cognome Matricola :
(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

1) Stimare l'errore massimo che si ottiene approssimando la funzione $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in [1, 2]$ con un polinomio interpolatore di secondo grado per una suddivisione uniforme dell'intervallo $[1, 2]$.

2) Proporre un metodo iterativo, di tipo punto fisso, per il calcolo della radice della funzione

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + \frac{4}{3}$$

con $x \in [0, 1]$ e discutere la convergenza del metodo proposto.

3) Calcolare la fattorizzazione LU della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 10 \\ 1 & 3 & 3 \\ 3 & 14 & 28 \end{pmatrix}$$

utilizzando l'algoritmo di eliminazione di Gauss con l'azione di pivoting parziale. Con la fattorizzazione calcolata risolvere numericamente il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove $\mathbf{b} = (20, 8, 48)^T$.

4) Trovare la formula di quadratura numerica

$$\tilde{I}[f] = \int_a^b p_3(x) dx$$

dove p_3 è il polinomio interpolatore di Hermite tale che

$$p_3(a) = f(a), p_3(b) = f(b), p_3'(a) = f'(a), p_3'(b) = f'(b),$$

con f funzione da integrare.

5) I polinomi di Bernoulli $B_k(x)$, $k = 0, 1, \dots$ possono essere definiti in modo ricorrente dalle formule

$$B_0(x) = 1, B_k'(x) = k \cdot B_{k-1}(x) \quad k \geq 1, \int_0^1 B_k(x) dx = 0 \quad k \geq 1.$$

Scrivere una funzione MATLAB che calcoli i coefficienti dell' n -esimo polinomio di Bernoulli.