

Nome/Cognome **Matricola** :

(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

- (1) Costruire una formula di quadratura numerica del tipo

$$I(f) = \int_{-1}^1 g(x)dx \approx A_0 f(-1) + A_1 f(1)$$

in modo tale che abbia ordine massimo. È una formula di tipo Gaussiano? Cercare una stima dell'errore e confrontare la formula ottenuta con altre formule a due nodi.

- (2) Suggestire e discutere un metodo iterativo di punto fisso per determinare la radice positiva dell'equazione

$$\frac{3}{2}x^2 - e^{-(x-1)^2} = 0.$$

- (3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1+4x}, \quad x \in [0, 1]$$

determinare il numero $N+1$ di punti di interpolazione $\{x_i\}$, $i = 0, \dots, N$, equispaziati su $[0, 1]$, tali che la corrispondente spline lineare interpolante di grado uno fornisca una accuratezza $\leq 10^{-3}$. Può accadere il fenomeno di Runge nel caso di suddivisioni uniformi con N crescente?

- (4) Data la matrice di ordine n

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & 4 \\ & & & & 1 \end{pmatrix},$$

basandosi sulla decomposizione LU di una matrice generica determinare la matrice inversa A^{-1} .

Facoltativo: stimare il numero di condizionamento della matrice in una norma a scelta del candidato.