Calcolo Numerico I - prova intermedia - 7 Maggio 2003

Nome/Cognome . . . . **Matricola** : . . . . .

(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

(1) Per determinare le radici dell'equazione $f(x) = x^2 - x - 2$, si studino la convergenza al variare di x_0, e l'ordine di convergenza dei metodi iterativi $x_{k+1} = g_i(x_k)$ dove

$$g_1(x) = \sqrt{2+x}, \qquad g_2(x) = 1 + \frac{2}{x}.$$

(2) Si consideri il metodo iterativo di Halley, di seguito definito per il calcolo degli zeri di una funzione $f(x)$ due volte differenziabile con continuità,

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}\Big(1 - \frac{f(x_k)f''(x_k)}{2(f'(x_k))^2}\Big)^{-1}.$$

Si scriva una funzione MATLAB chiamata

```
[xs,x]= Halley(fname, fname1, fname2, x0, epsilon, maxit)
```

dove `fname,fname1,fname2` sono stringhe che contengono il nome delle funzioni per il calcolo di f, f' ed f'' rispettivamente; `x0` punto iniziale; `epsilon` tolleranza per il criterio di arresto dell'incremento; `maxit` numero massimo iterazioni permesse; `xs` approssimazione finale della radice; `x` vettore contenente gli elementi della successione generata dal metodo.

(3) Discutere (errore di approssimazione, stabilità per errori di arrotondamento, applicabilità,...) la seguente formula per approssimare il valore della derivata prima $f'(x)$ di un'assegnata funzione f nel punto x,

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h},$$

dove h è un opportuno parametro positivo.

(4) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1+5x}, \quad x \in [0,1],$$

determinare una stima dell'errore che si commette interpolando tale funzione su punti ugualmente spaziati nel caso di interpolazione lineare e di interpolazione quadratica.

Determinare il polinomio di terzo grado che interpola tale funzione nei punti $0,\ 1/4,\ 1/2,\ 1$ utilizzando la tabella delle differenze divise e la forma di Newton per il polinomio interpolante.

Calcolo Numerico I - Prova intermedia - 7 Maggio 2003

Nome/Cognome . . . . **Matricola** : . . . . .

(Motivare le proprie risposte, in caso contrario l'esercizio non verrà valutato)

(1) Per determinare le radici dell'equazione $f(x) = x^2 - x - 2$, si studino la convergenza al variare di x_0, e l'ordine di convergenza dei metodi iterativi $x_{k+1} = g_i(x_k)$ dove

$$g_1(x) = -\sqrt{2+x}, \qquad g_2(x) = \frac{x^2+2}{2x-1}$$

(2) Si consideri il metodo iterativo di Steffensen, di seguito definito per il calcolo degli zeri di una funzione $f(x)$,

$$x_{k+1} = x_k - \frac{[f(x_k)]^2}{f(x_k + f(x_k)) - f(x_k)}.$$

Si scriva una funzione MATLAB chiamata

```
[xs,x]= Steffensen(fname, x0, epsilon, delta, maxit)
```

dove `fname` è una stringa contenente il nome della funzione per il calcolo di $f(x)$; `x0` punto iniziale; `epsilon` tolleranza per il criterio di arresto dell'incremento; `delta` tolleranza per il criterio di arresto del residuo; `maxit` numero massimo iterazioni permesse; `xs` approssimazione finale della radice; `x` vettore contenente gli elementi della successione generata dal metodo.

(3) Discutere (errore di approssimazione, stabilità per errori di arrotondamento, applicabilità,...) la seguente formula per approssimare il valore della derivata prima $f'(x)$ di un'assegnata funzione f nel punto x,

$$f'(x) \approx \frac{f(x+2h) - f(x-2h)}{4h},$$

dove h è un opportuno parametro positivo.

(4) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1+2x}, \quad x \in [0, 2],$$

determinare una stima dell'errore che si commette interpolando tale funzione su punti ugualmente spaziati nel caso di interpolazione lineare e di interpolazione quadratica.

Determinare il polinomio di terzo grado che interpola tale funzione nei punti $0,\ 1/2,\ 1,\ 2$ utilizzando la tabella delle differenze divise e la forma di Newton per il polinomio interpolante.