

II Compitino

Per ogni esercizio giustificare le proprie risposte

- 1) La seguente funzione $s : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$s(x) = \begin{cases} -1.25x^3 + 3.25x & \text{se } x \in [0, 1) \\ 1.25(x-1)^3 - 3.75(x-1)^2 - 0.5(x-1) + 2 & \text{se } x \in [1, 2] \end{cases}$$

è una funzione spline sulla suddivisione $\{0, 1, 2\}$? Calcolare $s(0)$, $s(1)$, $s(2)$ e $s'(x)$ (dove la funzione è derivabile).

- 2) Descrivere il calcolo del polinomio di secondo grado $p(x) = ax^2 + bx + c$ che approssimi una tabella di dati (x_i, y_i) , $i = 0, \dots, N$ nel senso dei minimi quadrati. Scrivere una funzione MATLAB che esegua tale calcolo ricevendo in ingresso i vettori \mathbf{x} e \mathbf{y} e restituisca i coefficienti \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} .

- 3) Calcolare la fattorizzazione LU della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

con e senza l'azione di pivoting parziale.

- 4) Calcolare il numero di condizionamento $\kappa_1(A)$ della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

al variare del parametro α , cosa accade quando $\alpha \rightarrow 1$?

- 5) Trovare i pesi w_0 , w_1 della formula di quadratura

$$I_2[f] = w_0 f\left(a + \frac{(b-a)}{3}\right) + w_1 f\left(a + 2\frac{(b-a)}{3}\right),$$

per il calcolo approssimato dell'integrale

$$\int_a^b f(x) dx.$$

Che grado di precisione ha la formula scritta? Scrivere la corrispondente formula composta.

Facoltativo (obbligatorio per il corso avanzato): valutare l'errore della formula semplice e della formula composta.

II Compitino

Per ogni esercizio giustificare le proprie risposte

- 1) La seguente funzione $s : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$s(x) = \begin{cases} -0.125x^3 + x & \text{se } x \in [0, 2) \\ 0.25(x-2)^3 - 0.75(x-2)^2 - 0.5(x-2) + 1 & \text{se } x \in [2, 3] \end{cases}$$

è una funzione spline sulla suddivisione $\{0, 2, 3\}$? Calcolare $s(0)$, $s(2)$, $s(3)$ e $s'(x)$ (dove la funzione è derivabile).

- 2) Descrivere il calcolo della funzione $g(x) = a + b \sin(x) + c \cos(x)$ (a , b , c parametri reali), che approssimi una tabella di dati (x_i, y_i) , $i = 0, \dots, N$ nel senso dei minimi quadrati. Scrivere una funzione MATLAB che esegua tale calcolo ricevendo in ingresso i vettori \mathbf{x} e \mathbf{y} e restituisca i coefficienti \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} .

- 3) Calcolare la fattorizzazione LU della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 2 \\ 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

con e senza l'azione di pivoting parziale.

- 4) Calcolare il numero di condizionamento $\kappa_\infty(A)$ della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \alpha & -1 \end{pmatrix}$$

al variare del parametro α , cosa accade quando $\alpha \rightarrow 1$?

- 5) Trovare i pesi w_0 , w_1 della formula di quadratura

$$I_2[f] = w_0 f\left(a + \frac{(b-a)}{4}\right) + w_1 f\left(a + 3\frac{(b-a)}{4}\right),$$

per il calcolo approssimato dell'integrale

$$\int_a^b f(x) dx.$$

Che grado di precisione ha la formula scritta? Scrivere la corrispondente formula composta.

Facoltativo (obbligatorio per il corso avanzato): valutare l'errore della formula semplice e della formula composta.